

- 70. EFFETS DE LA PUBLICITÉ SUR LES REVENUS** Le revenu total  $R$  d'un hôtel cinq étoiles de la région de Charlevoix est relié au montant  $x$  investi en publicité par la fonction

$$R(x) = -0,003x^3 + 1,35x^2 + 2x + 8000 \quad (\text{pour } 0 \leq x \leq 400)$$

où  $R$  et  $x$  sont mesurés en milliers de dollars.

- Étudiez la concavité de la fonction  $R$ . Quel est le point d'inflexion de  $R$ ?
  - Une légère augmentation du budget de publicité est-elle plus rentable lorsque le budget est de 140 000 \$ ou lorsqu'il est de 160 000 \$?
- 71. PRÉVISION DES PROFITS** En raison des coûts toujours croissants des ressources énergétiques, le taux de croissance des profits du fabricant de verre soufflé Murano, installé à Baie Saint-Paul depuis quatre ans, a commencé à fléchir. Après avoir consulté des experts, la direction de l'entreprise a décidé de mettre en place un certain nombre de mesures d'économie d'énergie afin de réduire ses frais. Le directeur de l'entreprise a déclaré que selon les prévisions, le taux de croissance de l'entreprise devrait se remettre à croître d'ici quatre ans. Si les profits de l'entreprise (mesurés en centaines de dollars) pour les  $x$  prochaines années sont modélisés par la fonction

$$P(x) = x^3 - 9x^2 + 40x + 50 \quad (\text{pour } 0 \leq x \leq 8)$$

dites si la prévision du directeur de Murano se concrétisera.

**Suggestion:** Trouvez le point d'inflexion de la fonction  $P$  et étudiez la concavité de  $P$ .

- 72. DÉCLIN DE LA POPULATION DU SAGUENAY-LAC-SAINT-JEAN** Selon des hypothèses fondées sur des tendances récentes, la population du Saguenay-Lac-Saint-Jean devrait diminuer sensiblement au cours des 25 prochaines années. La projection de la population  $P(t)$  entre 2001 et 2026 est modélisée par la fonction

$$P(t) = -2,13t^3 + 85,09t^2 - 2119,13t + 283\,510 \quad (\text{pour } 0 \leq t \leq 25)$$

où  $t$  est mesuré en années, la valeur  $t = 0$  correspondant au début de 2001.

- Montrez que la population du Saguenay-Lac-Saint-Jean devrait diminuer constamment au cours de cette période.  
**Suggestion:** Montrez que  $P'(t) < 0$  pour tout  $t$  dans l'intervalle  $]0, 25[$ .
- Trouvez à quel moment la population de cette région devrait diminuer le plus lentement.  
**Suggestion:** Trouvez le point d'inflexion  $P$  dans l'intervalle  $]0, 25[$ .

*Source:* Institut de la statistique du Québec, Perspectives démographiques

- 73. REVENUS DE GOOGLE** Les revenus de l'entreprise Google entre 1999 ( $t = 0$ ) et 2003 ( $t = 4$ ) sont modélisés par la fonction

$$R(t) = 24,975t^3 - 49,81t^2 + 41,25t^2 + 0,2 \quad (\text{pour } 0 \leq t \leq 4)$$

où  $R(t)$  est mesuré en millions de dollars.

- Calculez  $R'(t)$  et  $R''(t)$ .
- Montrez que  $R'(t) > 0$  pour tout  $t$  dans l'intervalle  $]0,4[$  et interprétez votre résultat dans le contexte.  
**Suggestion:** Utilisez la formule quadratique.
- Trouvez le point d'inflexion de  $R$  et interprétez votre résultat dans le contexte.

*Source:* Rapport de l'entreprise Google

- 74. RAPPORT DE DÉPENDANCE** Le poids relatif de la population âgée de plus de 60 ans à la population des travailleurs, appelé rapport de dépendance, présente un intérêt particulier pour les économistes. En effet, lorsque le rapport de dépendance croît, cela signifie qu'il y a moins de travailleurs pour prendre charge d'un nombre plus grand de personnes âgées. Au cours des 100 prochaines années, il est prévu que le rapport de dépendance dans le monde suivra le modèle

$$R(t) = 0,00731t^4 - 0,174t^3 + 1,528t^2 + 0,48t + 19,3 \quad (\text{pour } 0 \leq t \leq 10)$$

où  $t$  est mesuré en décennies, la valeur  $t = 0$  correspondant à l'an 2000.

- Montrez que la croissance du rapport de dépendance sera à un maximum en l'an 2052.  
**Suggestion:** Utilisez la formule quadratique.
- Quel sera alors le rapport de dépendance?

*Source:* Institut international pour l'analyse appliquée de systèmes

**75–78 Dites si l'énoncé est vrai ou faux. S'il est vrai, dites pourquoi. S'il est faux, trouvez un contre-exemple.**

- Si le graphique d'une fonction  $f$  est concave vers le haut sur un intervalle  $]a, b[$ , alors le graphique de la fonction  $-f$  est concave vers le bas sur l'intervalle  $]a, b[$ .
- Si le graphique d'une fonction  $f$  est concave vers le haut sur l'intervalle  $]a, c[$  et concave vers le bas sur l'intervalle  $]c, b[$ , où  $a < c < b$ , alors  $f$  admet un point d'inflexion en  $x = c$ .
- Si  $x = c$  est un point critique d'une fonction  $f$ , si  $f''(x) < 0$  sur l'intervalle  $]a, b[$  et si  $a < c < b$ , alors  $f$  admet un maximum relatif en  $x = c$ .