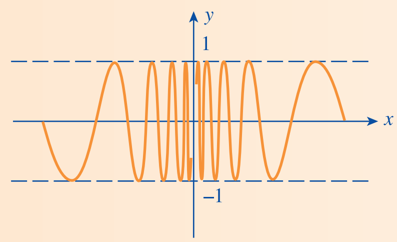
b. On voit sur la figure 2.28b que lorsque x tend vers 0 (par la gauche ou par la droite), $g(x)$ augmente indéfiniment, sans jamais s'approcher d'un nombre réel particulier. Il faut donc conclure cette fois encore que la limite de $g(x)$ quand x tend vers 0 n'existe pas.

TRAVAIL EN ÉQUIPE

Examinez le graphique de la fonction h représenté ci-dessous.



On remarque que lorsque x tend vers 0, par la droite comme par la gauche, la courbe oscille avec une fréquence de plus en plus grande entre les droites d'équations $y = -1$ et $y = 1$.

1. Expliquez pourquoi $\lim\limits_{x \to 0} h(x)$ n'existe pas.
2. Comparez la fonction $h(x)$ aux fonctions de l'exemple 3. Plus exactement, analysez les différentes situations pour lesquelles une fonction n'admet pas de limite au point $x = 0$.

Jusqu'à présent, nous avons calculé la limite d'une fonction $f(x)$ quand x tend vers un certain point a en nous basant sur les valeurs de la fonction ou sur son graphique dans le voisinage de $x = a$. Voici une liste de propriétés des limites à l'aide desquelles nous pourrons évaluer des limites algébriquement. La preuve de ces propriétés fait appel à la définition formelle de limite qui dépasse le cadre du présent ouvrage.

THÉORÈME 1

Propriétés des limites

Soit

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \qquad \text{et} \qquad \lim_{x \to a} g(x) = M$$

Alors,

1. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^r = \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]^r = L^r$ **où r est une constante réelle**
2. $\lim\limits_{x \to a} cf(x) = c \lim\limits_{x \to a} f(x) = cL$ **où c est une constante réelle**
3. $\lim\limits_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x \to a} f(x) \pm \lim\limits_{x \to a} g(x) = L \pm M$
4. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)g(x)] = \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]\left[\lim\limits_{x \to a} g(x)\right] = LM$
5. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)} = \dfrac{L}{M}$ **si $M \neq 0$**