TECHNOLOGIE EN APPLICATION

Dérivées du produit et du quotient de deux fonctions

EXEMPLE 1 Soit $f(x) = (2\sqrt{x} + 0{,}5x)\left(0{,}3x^3 + 2x - \dfrac{0{,}3}{x}\right)$. Trouvez $f'(0{,}2)$.

Solution

L'option de dérivation numérique d'une calculatrice graphique fournit la réponse

$$f'(0{,}2) = 6{,}4797499802$$

Voir la figure T1.

```
nDeriv((2X^.5+.5
X) (.3X^3+2X−.3/X),
X, .2)
         6.479799802
█
```

FIGURE T1
Écran de dérivation numérique de la TI-83 pour le calcul de $f'(0{,}2)$

EXEMPLE 2 **Importance d'une intervention rapide lors d'une crise cardiaque** Selon des études récentes, le taux d'efficacité du traitement de la victime d'une crise cardiaque dépend du délai de traitement et est modélisé par la fonction

$$f(t) = \frac{-16{,}94t + 203{,}28}{t + 2{,}0328} \qquad (\text{pour } 0 \leq t \leq 12)$$

où t est mesuré en heures et $f(t)$ est exprimé en pourcentage.

a. À l'aide d'une calculatrice graphique, tracez la fonction f dans la fenêtre $[0, 13] \times [0, 120]$.

b. Utilisez une calculatrice graphique pour trouver la dérivée de f en $t = 0$ et en $t = 2$.

c. Interprétez les réponses obtenues en **b**.

Solution

a. Le graphique de f est représenté à la figure T2.

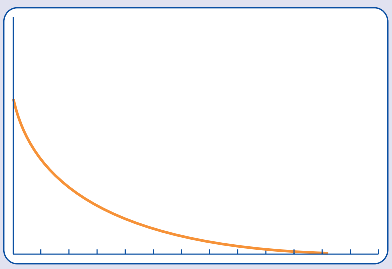

FIGURE T2

b. L'option de dérivation d'une calculatrice graphique fournit les réponses

$$f'(0) \approx -57{,}5266$$
$$f'(2) \approx -14{,}6165$$

c. Les réponses en **b** montrent que le taux d'efficacité du traitement diminue de 58 % par heure au moment de la crise cardiaque et de 15 % par heure après 2 heures. On en conclut qu'il faut traiter les victimes de crise cardiaque de toute urgence.

EXERCICES AVEC LA CALCULATRICE GRAPHIQUE

1–6 Utilisez l'option de dérivation numérique pour trouver le taux de variation de $f(x)$ au point d'abscisse x donné. Conservez quatre décimales de précision.

1. $f(x) = (2x^2 + 1)(x^3 + 3x + 4)$; au point $x = -0{,}5$

2. $f(x) = (\sqrt{x} + 1)(2x^2 + x - 3)$; au point $x = 1{,}5$

3. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$; au point $x = 3$

4. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}(x^2 + 4)}{x^3 + 1}$; au point $x = 4$

5. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}(1 + x^{-1})}{x + 1}$; au point $x = 1$

6. $f(x) = \dfrac{x^2(2 + \sqrt{x})}{1 + \sqrt{x}}$; au point $x = 1$

7. **Nouveaux emplois dans le secteur de la construction** La présidente d'une entreprise de construction résidentielle affirme que le nombre d'emplois qui seront créés dans le secteur de la construction au cours des t prochains mois suit le modèle

$$f(t) = 1{,}42\left(\frac{7t^2 + 140t + 700}{3t^2 + 80t + 550}\right)$$

où $f(t)$ est mesuré en milliers d'emplois par an. À quel taux les emplois dans la construction seront-ils créés dans 1 an, si l'on suppose que ses projections se réalisent ?

8. **Croissance de population** On prévoit construire un mégacomplexe immobilier de 4 325 acres comportant des habitations, des bureaux, des magasins, des écoles et une église, dans la municipalité de Saint-Justin. Selon un urbaniste, il en résultera une croissance importante de la population au cours des prochaines années. Le modèle proposé est

$$P(t) = \frac{25t^2 + 125t + 200}{t^2 + 5t + 40}$$

où $P(t)$ est mesuré en milliers et t, en années à compter de maintenant.

a. Selon ce modèle, quelle sera la population de Saint-Justin dans 10 ans ?

b. Quel sera le taux de variation de la population dans 10 ans ?